

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
імені В. Н. КАРАЗІНА

**О. Л. Ямпольський**

**АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ.  
Криві і поверхні другого порядку:  
загальна теорія**

Навчально-методичний посібник з аналітичної геометрії  
для студентів математичних факультетів університетів

Харків – 2021

УДК 514.12(075.8)

Я 57

**Рецензенти:**

**В. О. Горькавий** – доктор фізико-математичних наук, провідний науковий співробітник відділу геометрії і диференціальних рівнянь Фізико-технічного інституту низьких температур імені Б. І. Веркіна НАН України;

**В. Т. Лисиця** – кандидат фізико-математичних наук, завідувач кафедри вищої математики та інформатики факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

*Затверджено до друку рішенням Науково-методичної ради  
Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна  
(протокол № 3 від 26 лютого 2021 року)*

**Ямпольський О. Л.**

Я 57 Аналітична геометрія. Криві і поверхні другого порядку: загальна теорія : навчально-методичний посібник з аналітичної геометрії для студентів математичних факультетів університетів / О. Л. Ямпольський. – Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2021. – 96 с.

ISBN 978-966-285-691-0

Навчальний посібник призначено для засвоювання основ аналітичної геометрії кривих і поверхонь другого порядку, заданих своїми загальними (не канонічними) рівняннями. Послідовне використання матричної і операторної мови дозволяє перенести більшість понять теорії кривих і поверхонь на гіперповерхні евклідова, афінного і проєктивного просторів. Посібник розрахований на студентів математичних спеціальностей університетів, зокрема студентів першого курсу факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. В посібник включені елементи багатовимірної геометрії.

**УДК 514.12(075.8)**

ISBN 978-966-285-691-0

© Харківський національний університет  
імені В. Н. Каразіна, 2021

© Ямпольський О. Л., 2021

© Дончик І. М., макет обкладинки, 2021

# Зміст

<b>1</b>	<b>Канонічні рівняння евклідових квадрик</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Загальні властивості рівняння квадрики</b>	<b>9</b>
<b>3</b>	<b>Спрощення рівняння квадрики вибором системи координат</b>	<b>14</b>
3.1	Класифікаційна теорема для кривих 2 порядку . . . . .	17
3.1.1	Алгоритм зведення до канонічного виду рівняння кривої 2 порядку . . . . .	20
3.2	Класифікаційна теорема для поверхонь 2 порядку . . . . .	25
3.2.1	Алгоритм зведення до канонічного виду рівняння по- верхні 2 порядку . . . . .	30
3.3	Класифікація евклідових квадрик у $E^n$ . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Інваріанти рівняння квадрики</b>	<b>38</b>
4.1	Застосування інваріантів для дослідження кривої 2-го порядку .	42
4.2	Застосування інваріантів для дослідження поверхні 2-го порядку	47
<b>5</b>	<b>Взаємне розташування прямої і квадрики</b>	<b>51</b>
5.1	Класифікація напрямків . . . . .	51
5.2	Гіпердіаметри загальної квадрики . . . . .	52
5.3	Гіперплощини симетрії загальної квадрики . . . . .	54
5.4	Центр симетрії квадрики . . . . .	56
5.5	Дотична гіперплощина загальної квадрики . . . . .	58
5.6	Прямі на загальній квадриці . . . . .	61
5.7	Жмуток кривих 2-го порядку і його використання . . . . .	66
<b>6</b>	<b>Афінне перетворення й афінна класифікація квадрик</b>	<b>70</b>
<b>7</b>	<b>Проективні криві і поверхні другого порядку</b>	<b>75</b>
7.1	Однорідні координати, проективні простори . . . . .	75
7.2	Криві другого порядку на проективній площині . . . . .	80
7.2.1	Полюс і поляр . . . . .	82
7.3	Проективна площина як двовимірний многовид . . . . .	86
7.3.1	Афінні проєкції проективної площини . . . . .	88
7.4	Проективні простори і проективна класифікація поверхонь дру- гого порядку. Полус і поляр відносно поверхні . . . . .	90
7.5	Принцип двоїстості для проективної площини . . . . .	93